

Открытый урок по математике в 9 классе

Тип урока: закрепление и применение знаний

Цели урока:

1. Обучающие:

1) повторение определения арифметической и геометрической прогрессии и применение этих знаний при решении задач.

2) показать связь между математической формулой и решением задач.

3) создание математических моделей для различных задач.

4) отработка навыков вычислительной работы

2. Развивающая: использование математических методов в решении экономической, биологической, физической задач, развивать познавательный интерес учащихся, учить видеть связь между математикой и окружающей жизнью; развивать грамотную математическую речь.

3. Воспитывающая: воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов; воспитание уважительного отношения к одноклассникам.

1. Организационный момент

Мы с Вами закончили изучать темы «Арифметическая и геометрическая прогрессия». Часто вы задаете вопрос, где в дальнейшем вы сможете применить полученные знания. На этом уроке мы узнаем в каких областях знаний используется арифметическая и геометрическая прогрессии. Мы с вами изучили много формул, написали контрольную работу. А самое интересное я специально оставила для этого урока.

Итак тема нашего урока «Прогрессия - история и современное применение».

План урока 1. История

2. Современное применение.

1 этап

С историческими фактами Вас познакомит -

Термин «прогрессия» был введен римским автором Бозцием еще в 4 в.н.э. От латинского слова *progressio* - «движение вперед».

Первые представления об арифметической прогрессии были еще у древних народов. В клинописных вавилонских табличках и египетских папирусах встречаются задачи на прогрессии.

На папирусе «Ахмеса» были найдены следующие задачи:

Задача-легенда: «индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего поданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем потребовал за первую шахматной доски 1 пшеничное зерно, за вторую два, за третью - четыре и т. д. Оказалось, что царь не был в состоянии выполнить это «скромное желание Сеты».

В задаче надо найти сумму 64 членов геометрической прогрессии $1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{63}$ с первым членом 1 и знаменателем 2, эта сумма равна $2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$.

Такое количество зерен можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которого примерно в 2000 раз больше поверхности Земли.

Но есть гораздо более старая задача о делении хлеба, которая записана в знаменитом египетском папирусе Ринда. Папирус этот, разысканный Риндом, полвека назад, составлен около 2000 лет до нашей эры. Мы вам предлагаем задачу в ее вольной передаче:

Задача 1: (задача из папируса Ринда)

Сто мер хлеба разделили между 5 людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых получили в 7 раз меньше трех остальных. Сколько нужно дать каждому?

Решение задачи: Очевидно, количество хлеба, полученные участниками раздела, составляют возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть первый ее член x , разность y . Тогда:

- a_1 —Доля первого — x ,
- a_2 —Доля второго — $x+y$,
- a_3 —Доля третьего — $x+2y$,
- a_4 —Доля четвертого — $x+3y$,
- a_5 —Доля пятого — $x+4y$.

На основании условия задачи составляем следующие 2 уравнения:

$$\begin{cases} x + (x + y) + (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y) = 100 \\ 7(x + (x + y)) = (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y) \end{cases}$$

После упрощений первое уравнение получает вид $x+2y=20$, а второе $11x=2y$.

$$\begin{cases} x+2y=20, \\ 11x=2y. \end{cases} \quad \text{Решив эту систему, имеем: } \quad x = 1\frac{2}{3} \quad y = 9\frac{1}{6}$$

Значит, хлеб должен быть разделен на следующие части: $1\frac{2}{3}$; $10\frac{5}{6}$; 20 ; $29\frac{1}{6}$; $38\frac{1}{3}$.

Также хочется рассказать о легенде связанной с Гауссом. Согласно легенде школьный учитель математики, чтобы занять детей на долгое время, предложил им сосчитать сумму чисел от 1 до 100. Юный Гаусс заметил, что по парные суммы с противоположных концов одинаковы: $1+100=101$; $2+99=101$ и т.д., мгновенно получил результат $50 \cdot 101=5050$.

2 этап нашего урока.

Теперь мы рассмотрим, где в современной жизни люди используют знания о прогрессиях.

1. В экономике

Самые два распространенные вопроса в современной жизни это если взять кредит, сколько денег придется вернуть через несколько лет и, конечно если держать деньги в банке сколько я получу через какое-то время. Давайте решим задачу:

Предприниматель взял в банке кредит 500 000 рублей под 20% годовых. Какую сумму должен он вернуть через 3 года?

Решение

Давайте обозначим 500 000 за a

тогда в конце первого года он должен будет отдать $a+0,2a=1,2a$

В конце второго года $1,2a+0,2 \cdot 1,2a=1,2a(1+0,2)=1,2^2 \cdot a$

А в конце третьего года можно догадаться он должен будет вернуть $1,2^3 \cdot a$

Вычислим $1,2^3=1,728$

$1,728 \cdot 500000=864\,000$ рублей

Вопрос: Какая получается прогрессия?

Ответ: геометрическая

Вывод : значит если вы решите когда-нибудь взять кредит, то вспомните что вам отдать надо будет сумму, которая вырастет в геометрической прогрессии.

2. Физика

Свободно падающее тело проходит в первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую секунду на 9,8 м больше, чем в предыдущую. Найдите глубину шахты, если свободно падающее тело достигло дна шахты через 5 секунд после начала падения.

Решение

$$a_1 = 4,9; d = 9,8; n = 5; S_5 = ?$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$$

$$S_5 = \frac{2 \cdot 4,9 + (5-1) \cdot 9,8}{2} \cdot 5 = 122,5$$

Ответ: глубина шахты 122,5 метров

3. Следующая наука это биология о связи ее с математикой расскажет -

Биология изучает размножение растений и различных организмов на земном шаре.

Чарльз Дарвин писал: «Если дать видам размножаться свободно, без ограничения, численность любого из них росла бы в геометрической прогрессии, и это несмотря на то, что одни производят за всю жизнь всего несколько яиц или детенышей, а другие тысячи и даже миллионы зародышей, которые могут вырасти во взрослые организмы».

Вот несколько интересных примеров:

1. Способность к размножению у бактерий настолько велика, что если бы они не гибли от разных причин, а беспрепятственно размножались, то за трое суток общая масса потомства одной только бактерии могла бы составить 7500 тонн. Таким громадным количеством бактерий можно бы заполнить около 375 железнодорожных вагонов.

2. Потомство одного одуванчика за 10 лет может покрыть пространство в 15 раз больше суши земного шара (К. А. Тимирязев)

3. Пример Карла Линнея: «Потомство пары мух съест мертвую лошадь также скоро как лев». Девятое поколение одной пары мух наполнило бы куб, сторона которого равна 140 км, или же составило бы нить, которой можно опоясать земной шар 40 млрд. раз.

Учитель: Как размножаются инфузории туфельки?

Ответ: Летом инфузории размножаются бесполом путем делением пополам давайте посчитаем сколько получится после 15 деления.

Решение: $b_1 = 1; q = 2; n = 15$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{15} = \frac{1 \cdot (2^{15} - 1)}{2 - 1} = 32768 - 1 = 32764$$

Получается большое число.

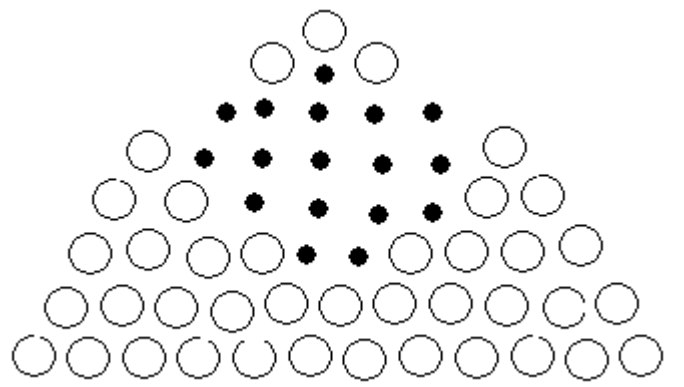
Вопрос

Скажите зачем необходимо знать об интенсивности размножения организмов

1. интенсивность размножения бактерий используют в пищевой промышленности (приготовление кисломолочных продуктов)
2. В сельском хозяйстве (борьба с вредителями, для приготовления силоса, корма животным, для повышения урожая, для переработки пищевых отходов)

4. Практическое применение в жизни.

При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке. Сколько бревен в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?



Дано: арифметическая прогрессия: $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$

Найти: $S_n - ?$

Решение:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d, \text{ где } d = a_2 - a_1 = 1$$

$$12 + (n - 1) \cdot (-1) = 1$$

$$12 - n + 1 = 1$$

$$n = 12$$

2) Найдем S_n .

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{1+12}{2} \cdot 12 = 13 \cdot 6 = 78$$

Ответ: 78 бревен в одной кладке.

5. В математике

И наконец, мы подошли к вопросу о том, где можно применить арифметическую прогрессию в математике. Вы можете встретить данные вопросы в олимпиаде или при поступлении в высшие учебные заведения, также вы должны видеть применение данной темы в других темах математики.

Надо решить уравнение $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \cdot \dots \cdot 5^{2x} = 0,04^{-28}$

вопрос Что происходит при умножении степеней с одинаковыми основаниями?

ответ: Складываются их показатели

$$2+4+6+\dots+2x=56$$

Замечаем, что последовательность чисел 2,4,6,... образует арифметическую прогрессию.

$$S_n = 56; a_1 = 2; d = 2; n = x$$

Переформулируем задачу: при каком n сумма данной арифметической прогрессии равна 56?

$$\frac{2+2n}{2} \cdot n = 56$$

$$n^2 + n - 56 = 0$$

$$n_1 = 7; n_2 = -8 -$$

не подходит, так как $n \in \mathbb{N}$

Ответ 7

6. Итог урока

А теперь давайте подведем итоги

Итог урока На этом уроке я постаралась вам показать, что необходимо внимательно относиться к изучению тем по математике так как эти знания вам могут пригодиться в жизни. И не только чтобы успешно сдать экзамены.

У вас на листе в конце написано выводы:

Мне хочется, чтобы вы ответили на два вопроса:

1. Пригодятся ли мне в жизни знания о прогрессиях. Если да, то в каких областях.
2. Достаточно ли у Вас знаний по данной теме или Вам хочется узнать что-то еще

1. Историческая задача

Сто мер хлеба разделили между 5 людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых получили в 7 раз меньше трех остальных. Сколько нужно дать каждому?

Решение:

а - доля первого -

а - доля третьего -

а - доля пятого -

а - доля второго -

а - доля четвертого

Ответ: хлеб должен быть разделен на следующие части:

2. Экономическая задача

Предприниматель взял в банке кредит 500 000 рублей под 20% годовых. Какую сумму должен он вернуть через 3 года?

Решение: $500000 =$

В конце первого года

В конце второго года

В конце третьего года

Это прогрессия -

Ответ: В конце третьего года предприниматель должен будет отдать

3. Физическая задача

Свободно падающее тело проходит в первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую секунду на 9,8 м больше, чем в предыдущую. Найдите глубину шахты, если свободно падающее тело достигло дна шахты через 5 секунд после начала падения.

Решение: Это прогрессия -

$a =$; $d =$; $n =$; $S =$

Ответ: глубина шахты метров.

3. Биологическая задача

Летом инфузории размножаются бесполом путем делением пополам давайте посчитаем сколько получится после 15 деления.

Решение: Это прогрессия -

$$b = \quad ; q = \quad ; n = \quad .$$

4. Практическая задача

При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке.

Сколько бревен в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?

Решение: Это прогрессия -

$$a = \quad ; a = \quad ; a = \quad .$$

5. Математика

Решите уравнение $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \cdot \dots \cdot 5^{2x} = 0,04^{-28}$

Выводы:

1. Пригодятся ли Вам в жизни знания о прогрессиях. Если да, то в каких областях.

2. Достаточно ли у Вас знаний по данной теме или Вам хочется узнать что-то еще.

Справочный материал: $2^5 = 32; 2^6 = 64; 2^7 = 128; 2^8 = 256; 2^9 = 512; 2^{10} = 1024$
 $12^2 = 144; 12^3 = 1728; 12^4 = 20736$

